

Mathematica-Exkurs: Viterbi-Algorithmus

In dem vorangegangenen Abschnitt wurde der Viterbi-Algorithmus eingeführt und am Beispiel eines Hidden-Markov-Modells für ein gelegentlich unehrliches Kasino erläutert. Dieses Modell soll uns nun auch als Beispiel für die Implementierung des Viterbi-Algorithmus in *Mathematica* dienen. Im ersten Schritt wird das Modell durch den Zustandsraum des HMM, den Zustandsraum der beobachteten Sequenz, die Übergangswahrscheinlichkeiten und die Emissionswahrscheinlichkeiten spezifiziert.

Der Zustandsraum des HMM wird festgelegt als

```
In[1] := state = {"0", "F", "U"};
```

wobei "0" für den Anfangszustand steht, "F" für den fairen und "U" für den unfairen Würfel. Der Zustandsraum der Sequenz ist der eines gewöhnlichen Würfels.

```
In[2] := observation = {1, 2, 3, 4, 5, 6};
```

Die Übergangswahrscheinlichkeiten zwischen den drei Zuständen "0", "F" und "U" werden in Form einer Funktion definiert. Die Argumente sind die Zustände und der ausgegebene Funktionswert ist die zugehörige Übergangswahrscheinlichkeit.

```
In[3] := transition[z1_, z2_] := Switch[{z1, z2},
    {"F", "F"}, 0.95,
    {"F", "U"}, 0.05,
    {"U", "U"}, 0.9,
    {"U", "F"}, 0.1,
    {"0", "U"}, 0.5,
    {"0", "F"}, 0.5,
    {"0", "0"}, 0.,
    {"U", "0"}, 0.,
    {"F", "0"}, 0.];
```

In gleicher Weise werden auch die Emissionswahrscheinlichkeiten festgelegt.

```
In[4] := emission[z1_, z2_] := Switch[z1,
    "F", N[1/6],
    "U", If[z2 == 6, 0.5, 0.1],
    "0", 0];
```

Dabei ist **z1** erneut ein Symbol aus dem HMM-Zustandsraum **state**, die Größe **z2** bezeichnet jetzt jedoch ein Symbol aus dem Zustandsraum **observation** der beobachteten Sequenz. Wir wollen nun die von uns definierten Parameter des Modells stichprobenartig überprüfen und dabei die Funktionsweise der Implementierung verdeutlichen. Die Wahrscheinlichkeit, mit einem fairen Würfel eine 3 zu würfeln, ist demnach gegeben durch