



**Abb. 4.6.** Schematische Darstellung des DAR( $p$ )-Prozesses aus Gleichung (4.16). Ein neues Symbol (Kasten am rechten Sequenzende) wird der Sequenz entweder durch Ziehen eines zufälligen Symbols (oberer Bildteil; Wahrscheinlichkeit  $1 - \rho$ ) oder durch Rückgriff auf ein Vorgängersymbol (unterer Bildteil; Wahrscheinlichkeit  $\rho$ ) bestimmt. In diesem unteren Zweig geschieht mit der Wahrscheinlichkeit  $\alpha_i$  ein Rückgriff um  $i$  Stellen. Die maximale Rückgriffweite ist durch die festgelegte Markov-Ordnung  $p$  gegeben

Wir haben zu Beginn dieses Kapitels Markov-Sequenzen eingeführt, um die Eigenschaften der Entropie und der Transinformation zu verdeutlichen. Wir vertauschen nun die Rollen und nutzen die Werkzeuge Entropie und Transinformation, um die Parameter des DAR( $p$ )-Prozesses besser zu verstehen. Den generierten Sequenzen liegt dabei immer ein Alphabet mit  $\lambda = 4$  Buchstaben zugrunde und wir nutzen eine Gleichverteilung als Marginalverteilung  $\pi$ .

Als Erstes untersuchen wir DAR(1)-Prozesse, deren Folge  $\{X_n\}$  bestimmt wird durch

$$X_n = V_n X_{n-1} + (1 - V_n) Y_n, \quad n = 1, 2, \dots \tag{4.17}$$

und verallgemeinern die Ergebnisse dann auf DAR( $p$ )-Prozesse mit  $p > 1$ . In Abb. 4.7 sieht man die bedingten Entropien  $h_n$  für verschiedene  $\rho \in [0, 1]$ . Die Sequenzlänge  $L$  beträgt mit  $1.05 \times 10^6$  ungefähr  $\lambda^n$  mit  $\lambda = 4$  und  $n = 10$ . Die Länge  $L$  der Sequenz ist damit so gewählt, dass sie gerade die Anzahl der verschiedenen  $n$ -Worte darstellt, die man (theoretisch) bei überlappender Zählung in der Sequenz finden kann. Man erkennt sofort die charakteristische Signatur einer Markov-Sequenz erster Ordnung im Maß der bedingten Entropie. Es ist der Knick bei  $h_1$ , also bei Erreichen der Ordnung  $p = 1$ . Die Folge  $h_n$  bleibt (theoretisch, also für unendlich lange Sequenzen) für alle  $n \geq p = 1$  und festes  $\rho$  konstant. Der Parameter  $\rho$  erlaubt lediglich, die Unbestimmtheit des Prozesses zu variieren. Die Höhe des Plateaus (also den Wert von  $h_n$  bei großem  $n$ ) bezeichnet man daher auch als die Entropie  $h$  des Prozesses. Die unterschiedlichen Plateaus der Folge  $h_n$  für  $n \geq p = 1$  sind also nur ein Ausdruck der Stochastizität des Prozesses und stehen nicht direkt mit der Markov-Eigenschaft der Sequenz in Verbindung. Dabei bedeutet  $\rho = 0$  maximale